

3. 흐르는 유체

흐르는 유체에는 질량, 운동량, 그리고 에너지 보존법칙이 성립한다. 운동량 보존법칙은 운동량방정식 그리고 에너지 보존법칙은 베르누이 방정식으로 설명되며 각각의 방정식은 뉴턴과 베르누이에 의해 발견되었다. 본 장에서는 뉴턴과 베르누이에 대해 알아본다.

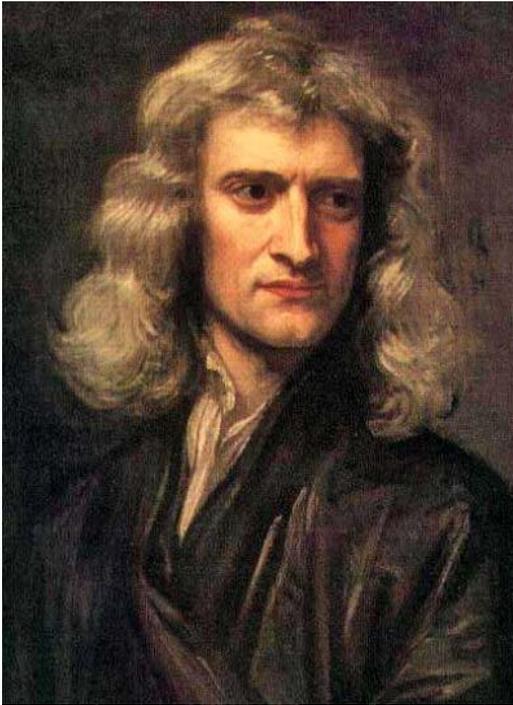
3.1 뉴턴: 근대 과학의 시조, 그도 가끔은 실수를 한다!

□ 뉴턴의 생애

아이작 뉴턴은 청교도 혁명이 일어난 해인 1642년 영국의 Lincolnshire 태생이다. 아버지는 뉴턴이 태어나기 전에 죽었고 어머니는 뉴턴을 할머니에게 맡기고 재혼을 하였다. 나중에 뉴턴은 어머니와 새아버지를 죽이고 싶을 정도로 미워했다고 감회를 밝힌 바 있다. 어릴 적 뉴턴은 정서가 불안정했고 친구가 없었으며 시간은 많아 해시계를 만들고 벽에 비친 그림자의 운동을 관찰하곤 하였다. 이 시절 생활기록부에는 뉴턴이 게으르고 주의력이 부족한 학생이라고 기록되어 있다.

뉴턴의 재능을 알아본 사람은 외삼촌으로 어머니를 설득하여 케임브리지대학 Trinity College 에 특대생으로 입학하게 하였다. 특대생이란 학비를 면제받는 대가로 다른 학생의 식사 시중을 드는 등의 지금의 봉사장학생과 비슷한 제도를 의미한다. 그러나 대학생 시절부터 뉴턴은 초창기 과학자들의 저작물에 주석을 달 정도로 학문적 소양이 깊었던 것으로 알려져 있다.

뉴턴의 최대 업적은 고전역학의 정립이라고 할 수 있다. 런던에 페스트가 만연하여 고향에 피신해 있던 시기에 구상한 것이 뉴턴의 제1법칙, 제2법칙, 그리고 제3법칙이다. 뉴턴은 1688년 명예혁명때 대학 대표의 국회의원으로 선출되었다. 1691년에는 조폐국의 감사가 되었으며, 1699년에 조폐국 장관(국장)이 되었다. 1703년에는 왕립협회 회장으로 추대되었고 1705년에는 기사 작위를 수여받았다. 이렇듯 명예운은 좋았으나 뉴턴은 말년에 주식투자에 실패하여 엄청난 돈을 날린 것은 매우 유명한 일화이다.



[사진] 1689년 뉴턴의 초상화

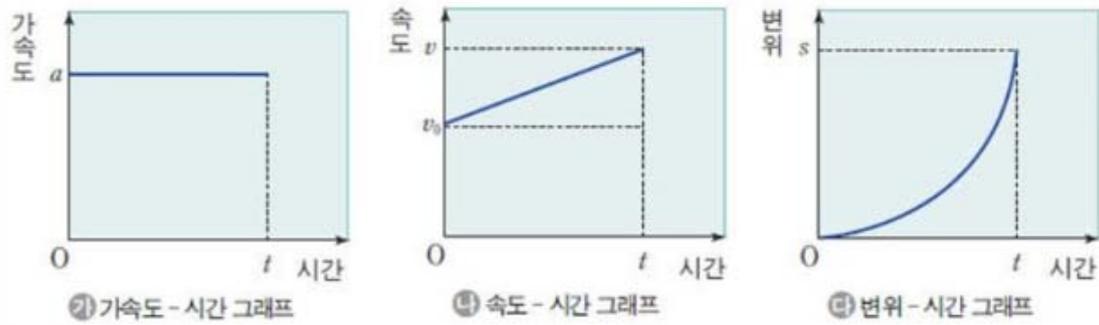
□ 뉴턴의 운동법칙

뉴턴의 운동법칙은 뉴턴의 제2법칙을 의미하며 고전역학의 근간이 되는 법칙이다. 뉴턴의 운동법칙을 식으로 쓰면 다음과 같다.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

질량이 m 인 물체에 힘 \vec{F} 가 주어지면 그 물체는 가속도 \vec{a} 로 운동하게 된다는 의미이다. 여기서 힘과 가속도에 벡터를 사용한 한 것은 방향을 고려하기 위함이다. 물의 흐름에 관한 운동 방정식인 Navier-Stokes 방정식과 Euler 방정식 등도 뉴턴의 제2법칙을 이용하여 풀어 쓴 것으로 모든 고전역학의 운동방정식은 뉴턴의 법칙에 기초하고 있다.

지금은 누구나 익숙하지만 위치를 시간에 대해 미분하면 속도가 되고, 속도를 다시 시간에 대해 미분하면 가속도가 된다. 거꾸로 가속도를 적분하면 속도가 되고, 속도를 적분하면 운동한 거리가 된다. 이러한 사실은 미분과 적분을 알면 쉽게 이해할 수 있지만 뉴턴은 자기가 발견한 법칙을 설명하기 위하여 미적분을 생각해냈다. 정말 “필요는 발명의 어머니”가 아닐 수 없다.



[그림] 가속도, 속도, 변위와의 관계

□ 등가속운동의 시간에 따른 거리 속도, 가속도와와의 관계

우리가 생활하는 일상에서는 뉴턴의 운동법칙이 성립하며 이로서 충분하다. 그러나 원자나 기본입자로 구성된 미시세계에서는 뉴턴의 운동법칙이 성립하지 않아 새로운 체계로 대체해야 하는데 이를 양자역학이라 한다 (최무영, 2008). 양자역학과 비교하여 뉴턴의 운동법칙을 고전역학이라고 한다.

고전역학은 형태를 달리하여 에너지로도 나타낼 수 있다. 에너지는 고등학교 물리에서 배운 것처럼 운동에너지와 위치에너지로 구성된다. 운동방정식을 이용하여 주어진 힘에 대해서 가속도를 구하고, 이를 적분하여 속도와 위치를 결정할 수 있다. 다른 하나의 방법은 운동에너지와 위치에너지의 합이 일정하다는 성질을 이용하여 주어진 위치에서 속도를 구해도 결과는 같다.

□ 뉴턴과 라이프니츠

17세기 초 수학자들은 주어진 곡선의 모든 점에서 접선의 기울기와 곡선 호의 길이, 그리고 곡선 아래의 면적 등을 구하고자 하였다. 데카르트는 인간의 능력으로 직선과 곡선 사이에 존재하는 비율을 알 수 없을 거라고 단언한 바가 있다. 그러나 뉴턴과 라이프니츠가 모든 상황을 바꾸었다. 두 사람은 독자적으로 면적을 기울기와 연결시켰고 적분을 도함수와 연결시켰다.

우리는 미적분학의 창시자라고 하면 뉴턴과 라이프니츠를 떠올린다. 뉴턴과 라이프니츠는 서로 다른 경로를 통해 미적분학의 기본원리를 발견했다. 뉴턴은 연속적인 운동을 생각하다 미적분학의 필요성을 인지하여 이론을 창시하였다. 라이프니츠도 1672년 - 1676년에 독자적으로 미적분학을 제시했다. 이는 뉴턴에 비하면 10년이 뒤진 것이지만 라이프니츠를 공동발견자로 인정한다. 라이프니츠는 미적분학에 대한 기본정리를 발견하고 증명하였으며 이를 이용하여 구적법 (곡선으로 둘러싸인 부분의 면적을 구하는 방법)과 접선에 관해 당시에 알려진 모든 정리를 증명할 수 있었다. 라이프니츠의 미적분학은 우아하고 세밀하였으며 그가 사용했던 기호들은 지금까지 그대로 사용되고 있다.

□ 천재 뉴턴의 실책

17세기 후반 뉴턴은 과학계의 거물로 케임브리지대학에서 종신교수직을 보장받고 부족함이 없이 지내고 있었다. 그러나 그는 1696년 돌연 교수직을 그만두고 왕립조폐국의 감사직으로 자리를 옮긴다. 뉴턴이 취임할 당시 영국에는 경제위기가 닥쳐왔고 정부는 이를 타개하기 위하여 통화정책인 대주화개혁을 시행하였다.

당시 영국은 은화를 사용하고 있었는데, 영국의 은화는 화폐로서의 가치보다 귀금속으로의 가치가 더 커지게 되었다. 상황이 이렇다 보니 동전의 테두리를 깎아 은을 모으는 것이 성행하였다. 이는 동전의 형태와 무게의 불균일성을 악용한 것으로 고의로 동전의 테두리를 깎아 가법게 만들어 놓고 원래 동전이 그런 것처럼 사용하였다. 당시 조폐국은 동전의 표본집단의 평균 무게를 측정하여 원래 동전의 무게에 충분히 가까운지 판단하는 견본화폐검사를 시행하고 있었다.

견본화폐검사를 위하여 동전을 만들면서 일정 수마다 하나씩 따로 빼두어 표본집단을 만들었다. 견본화폐검사에서 동전 하나의 무게가 목표무게의 1% 안에 들어야 한다면 표본집단의 평균도 1% 범위 안에 있어야 한다고 생각을 하였다. 그러나 바로 이것이 문제였다. 표본집단이 작으면 1개의 가벼운 동전이 평균값을 많이 끌어내릴 수 있으나 표본집단이 큰 경우에는 가벼운 동전이 무거운 동전 하나에 의해 상쇄될 수 있으므로 평균은 자연스럽게 목표치에 근접하기 쉽다. 따라서 표본집단이 클수록 허용되는 범위는 좁아져야한다 이를 드므와브르의 정리(De Moivre's theorem)라고 한다 (폴슨과 스콧, 2018).

뉴턴은 당대의 가장 뛰어난 과학자로 왕립조폐국의 당면 문제를 해결할 수 있는 인물이었다. 그리고 뉴턴은 모서리 깎기로 인하여 동전이 법적 기준을 충족하지 못할 정도로 변동성이 큰 것을 알고 있었다. 그럼에도 불구하고 뉴턴은 견본화폐검사의 문제를 해결하지 못하였다. 이로 인해 조폐국은 매우 불균일한 동전을 계속 생산하였고, 이는 뜻하지 않게 동전의 모서리를 깎는 사람들에게 여분의 변동성을 선사하는 결과를 초래하게 된 것이다.

이상의 사례는 동전의 변동성에 관한 것으로 변동성은 이제 우리일상에서 매우 중요한 이슈이다. 신용카드 회사는 개인 소비자들의 지출 패턴을 학습하여 소비에 이상 징후가 탐지되면 거래를 중지시킨다. 예를 들어, 매일같이 장을 보는데 사용되던 신용카드가 외국의 카지노에서 사용되면 지불중단 판정이 내려질 수 있다. 그리고 대도시에서 발생하는 데이터를 수집하고 분석하여 자연재해 및 테러 등을 미리 탐지하고 예방한다. 스포츠 분야에서는 이미 데이터 수집에 엄청난 돈을 쓰고 있다. 선수의 동작 하나하나를 모두 수치화하여 경기 전략에 영향을 미칠 수 있는 이상 상태를 모두 찾아내려고 한다. 이러한 변동성을 탐지하는데 17세기와 다른 점은 인공지능기술이 사용되고 있으며 사람이 아니고 컴퓨터가 판단하며 판단하는 속도도 매우 빠르다는 것이다.